

# Леонард Эйлер

## (1707—1783)

За время существования Академии наук в России, видимо, одним из самых знаменитых ее членов был математик Леонард Эйлер.

Он стал первым, кто в своих работах начал возводить последовательное здание анализа бесконечно малых. Только после его исследований, изложенных в грандиозных томах его трилогии «Введение в анализ», «Дифференциальное исчисление» и «Интегральное исчисление», анализ стал вполне оформившейся наукой — одним из самых глубоких научных достижений человечества.

Леонард Эйлер родился в швейцарском городе Базеле 15 апреля 1707 года. Отец его, Павел Эйлер, был пастором в Рихене (близ Базеля) и имел некоторые познания в математике. Отец предназначал своего сына к духовной карьере, но сам, интересуясь математикой, преподавал ее и сыну, надеясь, что она ему впоследствии пригодится в качестве интересного и полезного занятия. По окончании домашнего обучения тринадцатилетний Леонард был отправлен отцом в Базель для слушания философии.

Среди других предметов на этом факультете изучались элементарная математика и астрономия, которые преподавал Иоганн Бернулли. Вскоре Бернулли заметил талантливость юного слушателя и начал заниматься с ним отдельно.

Получив в 1723 году степень магистра, после произнесения речи на латинском языке о философии Декарта и Ньютона, Леонард, по желанию своего отца, приступил к изучению восточных языков и богословия. Но его все больше влекло к математике. Эйлер стал бывать в доме своего учителя, и между ним и сыновьями Иоганна Бернулли — Николаем и Даниилом — возникла дружба, сыгравшая очень большую роль в жизни Эйлера.

В 1725 году братья Бернулли были приглашены в члены Петербургской академии наук, недавно основанной императрицей Екатериной I. Уезжая, Бернулли обещали Леонарду известить его, если найдется и для него подходящее занятие в России. На следующий год они сообщили, что для Эйлера есть место, но, однако, в качестве физиолога при медицинском отделении академии. Узнав об этом, Леонард немедленно записался в студенты медицины Базельского университета. Прилежно и успешно изучая науки медицинского факультета, Эйлер находит время и для математических занятий. За это время он написал напечатанную потом, в 1727 году, в Базеле диссертацию о распространении звука и исследование по вопросу о размещении мачт на корабле.

В Петербурге имелись самые благоприятные условия для расцвета гения Эйлера: материальная обеспеченность, возможность заниматься любимым делом, наличие ежегодного журнала для публикации трудов. Здесь же работала самая

большая тогда в мире группа специалистов в области математических наук, в которую входили Даниил Бернулли (его брат Николай скончался в 1726 году), разносторонний Х. Гольдбах, с которым Эйлера связывали общие интересы к теории чисел и другим вопросам, автор работ по тригонометрии Ф.Х. Майера, астроном и географ Ж.Н. Делиль, математик и физик Г.В. Крафт и другие. С этого времени Петербургская Академия стала одним из главных центров математики в мире.

Открытия Эйлера, которые благодаря его оживленной переписке нередко становились известными задолго до издания, делают его имя все более широко известным. Улучшается его положение в Академии наук: в 1727 году он начал работу в звании адъюнкта, то есть младшего по рангу академика, а в 1731 году он стал профессором физики, т. е. действительным членом Академии. В 1733 году получил кафедру высшей математики, которую до него занимал Д. Бернулли, возвратившийся в том же году в Базель. Рост авторитета Эйлера нашел своеобразное отражение в письмах к нему его учителя Иоганна Бернулли. В 1728 году Бернулли обращается к «ученейшему и даровитейшему юному мужу Леонарду Эйлеру», в 1737 году — к «знаменитейшему и остроумнейшему математику», а в 1745 году — к «несравненному Леонарду Эйлеру — главе математиков».

В 1735 году академии потребовалось выполнить весьма сложную работу по расчету траектории кометы. По мнению академиков, на это нужно было употребить несколько месяцев труда. Эйлер взялся выполнить это в три дня и исполнил работу, но вследствие этого заболел нервной горячкой с воспалением правого глаза, которого он и лишился. Вскоре после этого, в 1736 году, появились два тома его аналитической механики, Потребность в этой книге была большая; немало было написано статей по разным вопросам механики, но хорошего трактата по механике не имелось.

В 1738 году появились две части введения в арифметику на немецком языке, в 1739 году — новая теория музыки. Затем в 1740 году Эйлер написал сочинение о приливах и отливах морей, увенчанное одной третью премии Французской академии; две других трети были присуждены Даниилу Бернулли и Маклорену за сочинения на ту же тему.

В конце 1740 года власть в России попала в руки регентши Анны Леопольдовны и ее окружения. В столице сложилась тревожная обстановка. В это время прусский король Фридрих II задумал возродить основанное еще Лейбницем Общество наук в Берлине, долгие годы почти бездействовавшее. Через своего посла в Петербурге король пригласил Эйлера в Берлин. Эйлер, считая, что «положение начало представляться довольно неуверенным», приглашение принял.

В Берлине; Эйлер поначалу собрал около себя небольшое ученое общество, а затем был приглашен в состав вновь восстановленной Королевской академии наук и назначен деканом математического отделения. В 1743 году он издал пять своих мемуаров, из них четыре по математике. Один из этих трудов замечателен в

двух отношениях. В нем указывается на способ интегрирования рациональных дробей путем разложения их на частные дроби и, кроме того, излагается обычный теперь способ интегрирования линейных обыкновенных уравнений высшего порядка с постоянными коэффициентами.

Вообще большинство работ Эйлера посвящено анализу. Эйлер так упростил и дополнил целые большие отделы анализа бесконечно малых, интегрирования функций, теории рядов, дифференциальных уравнений» начатые уже до него, что они приобрели примерно ту форму, которая за ними в большой мере сохраняется и до сих пор. Эйлер, кроме того, начал целую новую главу анализа — вариационное исчисление. Это его начинание вскоре подхватил Лагранж и таким образом сложилась новая наука.

В 1744 году Эйлер напечатал в Берлине три сочинения о движении светил: первое — теория движения планет и комет, заключающая в себе изложение способа определения орбит из нескольких наблюдений; второе и третье — о движении комет.

Семьдесят пять работ Эйлер посвятил геометрии. Часть из них хотя и любопытна, но не очень важна. Некоторые же просто составили эпоху. Во-первых, Эйлера надо считать одним из зачинателей исследований по геометрии в пространстве вообще. Он первый дал связное изложение аналитической геометрии в пространстве (во «Введении в анализ») и, в частности, ввел так называемые углы Эйлера, позволяющие изучать повороты тела вокруг точки.

В работе 1752 года «Доказательство некоторых замечательных свойств, которым подчинены тела, ограниченные плоскими гранями», Эйлер нашел соотношение между числом вершин, ребер и граней многогранника: сумма числа вершин и граней равна числу ребер плюс два. Такое соотношение предполагал еще Декарт, но Эйлер доказал его в своих мемуарах. Это в некотором смысле первая в истории математики крупная теорема топологии — самой глубокой части геометрии.

Занимаясь вопросами о преломлении лучей света и написав немало мемуаров об этом предмете, Эйлер издал в 1762 году сочинение, в котором предлагается устройство сложных объективов с целью уменьшения хроматической аберрации. Английский художник Долдонд, открывший два различной преломляемости сорта стекла, следуя указаниям Эйлера, построил первые ахроматические объективы.

В 1765 году Эйлер написал сочинение, где решает дифференциальные уравнения вращения твердого тела, которые носят название Эйлеровых уравнений вращения твердого тела.

Много написал ученый сочинений об изгибе и колебании упругих стержней. Вопросы эти интересны не только в математическом, но и в практическом отношении.

Фридрих Великий давал ученому поручения чисто инженерного характера. Так, в 1749 году он поручил ему осмотреть канал Фуно между Гавелом и Одером и дать рекомендации по исправлению недостатков этого водного пути. Далее ему поручено было исправить водоснабжение в Сан-Суси.

Результатом этого стало более двадцати мемуаров по гидравлике, написанных Эйлером в разное время. Уравнения гидродинамики первого порядка с частными производными от проекций скорости, плотности к давлению называются гидродинамическими уравнениями Эйлера.

Покинув Петербург, Эйлер сохранил самую тесную связь с русской Академией наук, в том числе официальную: он был назначен почетным членом, и ему была определена крупная ежегодная пенсия, а он, со своей стороны, взял на себя обязательства в отношении дальнейшего сотрудничества. Он закупал для нашей Академии книги, физические и астрономические приборы, подбирал в других странах сотрудников, сообщая подробнейшие характеристики возможных кандидатов, редактировал математический отдел академических записок, выступал как арбитр в научных спорах между петербургскими учеными, присылал темы для научных конкурсов, а также информацию о новых научных открытиях и т. д. В доме Эйлера в Берлине жили студенты из России: М. Софронов, С. Котельников, С. Румовский, последние позднее стали академиками.

Из Берлина Эйлер, в частности, вел переписку с Ломоносовым, в творчестве которого он высоко ценил счастливое сочетание теории с экспериментом. В 1747 году он дал блестящий отзыв о присланных ему на заключение статьях Ломоносова по физике и химии, чем немало разочаровал влиятельного академического чиновника Шумахера, крайне враждебно относившегося к Ломоносову.

В переписке Эйлера с его другом академиком Петербургской академии наук Гольдбахом мы находим две знаменитые «задачи Гольдбаха»: доказать, что всякое нечетное натуральное число есть сумма трех простых чисел, а всякое четное — двух. Первое из этих утверждений было при помощи весьма замечательного метода доказано уже в наше время (1937) академиком И. М. Виноградовым, а второе не доказано до сих пор.

Эйлера тянуло назад в Россию. В 1766 году он получил через посла в Берлине, князя Долгорукова, приглашение императрицы Екатерины II вернуться в Академию наук на любых условиях. Несмотря на уговоры остаться, он принял приглашение и в июне прибыл в Петербург.

Императрица предоставила Эйлеру средства на покупку дома. Старший из его сыновей Иоганн Альбрехт стал академиком в области физики, Карл занял высокую должность в медицинском ведомстве; Христофора, родившегося в Берлине, Фридрих II долго не отпускал с военной службы, и потребовалось вмешательство Екатерины II, чтобы тот смог приехать к отцу. Христофор был назначен директором Сестрорецкого оружейного завода.

Еще в 1738 году Эйлер ослеп на один глаз, а в 1771-м после операции почти совсем потерял зрение и мог писать только мелом на черной доске, но благодаря ученикам и помощникам: И.А. Эйлеру, А. И. Локселю, В.Л. Крафту, С.К. Котельникову, М.Е. Головину, а главное Н.И. Фуссу, прибывшему из Базеля, продолжал работать не менее интенсивно, чем раньше.

Эйлер, при своих гениальных способностях и замечательной памяти, продолжал работать, диктовать свои новые мемуары. Только с 1769 по 1783 год Эйлер продиктовал около 380 статей и сочинений, а за свою жизнь написал около 900 научных работ.

Работа 1769 года «Об ортогональных траекториях» Эйлера содержит блестящие соображения о получении с помощью функции комплексной переменной из уравнений двух взаимно ортогональных семейств кривых на поверхности (т. е. таких линий, как меридианы и параллели на сфере) бесконечного числа других взаимно ортогональных семейств. Работа эта в истории математики оказалась очень важной.

В следующей работе 1771 года «О телах, поверхность которых может быть развернута в плоскость» Эйлер доказывает знаменитую теорему о том, что любая поверхность, которую можно получить лишь изгибая плоскость, но не растягивая ее и не сжимая, если она не коническая и не цилиндрическая, представляет собой совокупность касательных к некоторой пространственной кривой.

Столь же замечательны работы Эйлера по картографическим проекциям.

Можно себе представить, каким откровением для математиков той эпохи явились хотя бы работы Эйлера о кривизне поверхностей и о развертывающихся поверхностях. Работы же, в которых Эйлер исследует отображения поверхности, сохраняющие подобие в малом (конформные отображения), основанные на теории функций комплексного переменного, должны были казаться прямо-таки трансцендентными. А работа о многогранниках начинала совсем новую часть геометрии и по своей принципиальности и глубине стояла в ряду с открытиями Евклида.

Неутомимость и настойчивость в научных исследованиях Эйлера были таковы, что в 1773 году, когда сгорел его дом и погибло почти все имущество его семейства, он и после этого несчастья продолжал диктовать свои исследования. Вскоре после пожара искусный окулист, барон Вентцель, произвел операцию снятия катаракты, но Эйлер не выдержал надлежащего времени без чтения и ослеп окончательно.

В том же 1773 году умерла жена Эйлера, с которой он прожил сорок лет. Через три года он вступил в брак с ее сестрой, Саломеей Гзелль. Завидное здоровье и счастливый характер помогали Эйлеру «противостоять ударам судьбы, которые выпали на его долю... Всегда ровное настроение, мягкая и естественная бодрость, какая-то добродушная насмешливость, умение наивно и забавно рассказывать делали разговор с ним столь же приятным, сколь и желанным...» Он мог ино-

гда вспылить, но «был не способен долго питать против кого-либо злобу...» — вспоминал Н.И. Фусс.

Эйлера постоянно окружали многочисленные внуки, часто на руках у него сидел ребенок, а на шее лежала кошка. Он сам занимался с детьми математикой. И все это не мешало ему работать!

18 сентября 1783 года Эйлер скончался от апоплексического удара в присутствии своих помощников профессоров Крафта и Лекселя. Он был похоронен на Смоленском лютеранском кладбище. Академия заказала известному скульптору Ж.Д. Рашетту, хорошо знавшему Эйлера, мраморный бюст покойного, а княгиня Дашкова подарила мраморный пьедестал.

До конца XVIII века конференц-секретарем Академии оставался И.А. Эйлер, которого сменил Н.И. Фусс, женившийся на дочери последнего, а в 1826 году — сын Фусса Павел Николаевич, так что организационной стороной жизни Академии около ста лет ведали потомки Леонарда Эйлера. Эйлеровские традиции оказали сильное влияние и на учеников Чебышева: А.М. Ляпунова, А.Н. Коркина, Е.И. Золотарева, А.А. Маркова и других, определив основные черты петербургской математической школы.

Нет ученого, имя которого упоминалось бы в учебной математической литературе столь же часто, как имя Эйлера. Даже в средней школе логарифмы и тригонометрию изучают до сих пор в значительной степени «по Эйлеру».

Эйлер нашел доказательства всех теорем Ферма, показал неверность одной из них, а знаменитую Великую теорему Ферма доказал для «трех» и «четырех». Он также доказал, что всякое простое число вида  $4n+1$  всегда разлагается на сумму квадратов других двух чисел.

Эйлер начал последовательно строить элементарную теорию чисел. Начав с теории степенных вычетов, он затем занялся квадратичными вычетами. Это так называемый квадратичный закон взаимности. Эйлер также много лет занимался решением неопределенных уравнений второй степени с двумя неизвестными.

Во всех этих трех фундаментальных вопросах, которые больше двух столетий после Эйлера и составляли основной объем элементарной теории чисел, ученый ушел очень далеко, однако во всех трех его постигла неудача. Полное доказательство получили Гаусс и Лагранж.

Эйлеру принадлежит инициатива создания и второй части теории чисел — аналитической теории чисел, в которой глубочайшие тайны целых чисел, например распределение простых чисел в ряду всех натуральных чисел, получаются из рассмотрения свойств некоторых аналитических функций.

Созданная Эйлером аналитическая теория чисел продолжает развиваться и в наши дни.

---

Самин Д.К. 100 великих ученых. — М.: Вече, 2000. — 592 с. — (100 великих).