



## **АЛЕКСАНДР МИХАЙЛОВИЧ ЛЯПУНОВ (1857—1918)**



Основные работы Александра Михайловича Ляпунова относятся к важнейшим вопросам математического естествознания — проблеме устойчивости движения и теории фигур равновесия вращающейся жидкости. Для познания природы первостепенное значение имеют законы движения материальных тел. Наука о движении — механика — привлекала человеческое сознание очень давно; но первый, настоящий свет на её основы смогли пролить лишь Галилей и Ньютон. После бессмертных открытий Галилея и Ньютона следовало бурное развитие механики, связанное с именами Бернулли, Эйлера и Лагранжа. Лагранжем был создан общий метод решения задач о движении механических систем.



После Лагранжа задача о началах и принципиальном методе механики, казалось, была в основном закончена. Усилия дальнейших исследователей были направлены на преодоление отдельных математических затруднений, на усовершенствование или освещение с иных точек зрения метода Лагранжа, на детальное изучение движений небесных тел или на решение конкретных практических задач и, наконец, на выяснение сил, действующих на материальные тела природы. И вот, было замечено, что некоторые теоретически предсказываемые движения и равновесия в действительности не реализуются и их приходится отбрасывать. Причины этого обстоятельства были установлены. Они состояли в пренебрежении незначительными возмущениями или весьма малыми силами, какие в той или иной мере всегда существуют в природе. Из-за действия таких причин, обычно не учитываемых ввиду их

малости и неопределённости, действительное состояние материальной системы может отличаться от её теоретического состояния. В одних случаях это отличие бывает незначительно, в других крайне сильно. Состояния, слабо подверженные действию малых возмущений, называются устойчивыми или прочными, а остальные — неустойчивыми. Устойчивые состояния сохраняются, неустойчивые под действием возмущений разрушаются тем скорее, чем больше неустойчивость. Например, среди множества теоретических положений равновесия карандаша на горизонтальном столе никто не наблюдал, чтобы в действительности остро отточенный карандаш сам по себе находился в вертикальном положении, опираясь на остриё (неустойчивое равновесие); каждый же знает, что при известных предосторожностях на некоторое время, до первого случайного сотрясения, карандаш возможно поставить на его неотточенный торец (слабая устойчивость) и что для карандаша более естественным положением на столе является его лежачее положение (наибольшая устойчивость).

Итак, было выяснено, что для того, чтобы установить, какие движения из всех теоретически возможных в действительности осуществляются в природе, необходимо дополнительно к классическим основам механики открыть особый принцип или метод для обнаружения устойчивости или неустойчивости движения. Для одного частного случая равновесия, когда на материальную систему действуют так называемые консервативные силы, Лагранж нашёл условия устойчивости. Различные же иные предложения о методе исследования устойчивости движений, давая верные суждения в одних случаях, в других приводили к ложным выводам.

Построение общего строгого метода для решения задач об устойчивости движений, а тем самым и решение важнейшей проблемы всего естествознания, принадлежит знаменитому русскому учёному А. М. Ляпунову. Всю свою изумительную математическую силу и изобретательность он употребил на разрешение задачи устойчивости.

Практическое значение проблемы устойчивости в технике и инженерном деле огромно. Например, когда требуется определить конструкцию инженерного сооружения или машины так, чтобы задуманный режим работы мало изменялся от действия незначительных возмущающих сил и от наличия малых отклонений реального изделия от его проектных данных в пределах допусков изготовления, то надо решать задачу устойчивости. Её приходится решать, чтобы создать наиболее прочный при динамических нагрузках коленчатый вал авиационного мотора, чтобы построить пассажирский самолёт, спокойный как в полёте, так и при взлёте и посадке, чтобы дать такую конструкцию артиллерийских орудий, снарядов и мин, которая бы обеспечивала точную прицельную стрельбу.

Александр Михайлович Ляпунов родился 6 июня 1857 года в г. Ярославле, где его отец Михаил Васильевич Ляпунов, оставивший незадолго до этого деятельность астронома в обсерватории Казанского университета, состоял директором Демидовского лицея. Первоначальное образование А. М. Ляпу-

нов получил под руководством отца, после того как последний, оставив в 1864 г. службу, поселился в имении жены в Симбирской губернии. После смерти отца Александр Михайлович поступил в 1870 г. в третий класс Нижегородской гимназии. В 1876 г. он окончил её с золотой медалью и в том же году поступил сначала на естественное отделение физико-математического факультета Петербургского университета, а через месяц перешёл на математическое отделение, так как, по его словам, имел всегда особенную склонность к математическим наукам. С особым увлечением он слушал лекции знаменитого математика Пафнутия Львовича Чебышева. На последнем курсе университета А. М. Ляпунов получил золотую медаль за сочинение на тему, предложенную факультетом. По окончании университета в 1880 г. известный профессор механики Д. К. Бобылёв оставил его при университете для подготовки к профессорскому званию по кафедре механики.

А. М. Ляпунов рос в кругу лиц, близких к знаменитому физиологу Ивану Михайловичу Сеченову, — в среде, на умы которой влияли высокие идеи Добролюбова и Чернышевского. Смысл своей жизни А. М. Ляпунов видел в широком, беззаветном служении науке. Он часто говорил, что для него жизнь без научного творчества ничего не стоит. И он действительно превратил свою жизнь в непрерывный научный подвиг. Он не позволял себе никаких развлечений. Обычно он работал до 4 или 5 часов ночи, а иногда и целую ночь. Раз или два в год он появлялся в театре или в концерте. Круг его знакомых был крайне ограничен; он общался лишь с ближайшими родственниками и немногими учёными, преимущественно математиками. На лиц, мало его знавших, он производил впечатление молчаливо-хмурого, сурового, замкнутого человека. В своих произведениях он позволял себе говорить не больше того, что говорят формулы. Однако этот внешне сухой и суровый человек являлся обладателем большого темперамента и чуткой души.

Магистерская диссертация А. М. Ляпунова «Об устойчивости эллипсоидальных форм равновесия вращающейся жидкости» (1884 г.) была посвящена очень важной задаче звёздной динамики.

Чтобы определить формы небесных тел — планет, звёзд, нужно было решить задачу, поставленную ещё Ньютоном, о фигуре однородной жидкой массы, которая образуется под влиянием равномерного вращения около некоторой неизменной оси. Ньютон и Маклорен установили, что при некоторых условиях эллипсоиды вращения удовлетворяют уравнениям задачи; после них Якоби показал, что этим уравнениям также удовлетворяют некоторые формы трёхосных эллипсоидов. Теоретически задача была решена. Но чтобы составить представление об эллипсоидальных фигурах равновесия однородной жидкости, действительно существующих в природе, нужно было среди теоретических решений Маклорена и Якоби найти устойчивые. Над этим трудились многие первоклассные учёные — Лиувилль, Риман, Томсон, но первым, решившим эту задачу, был А. М. Ляпунов.

В 1883 г. вышло из печати новое издание первого тома «Natural Philosophy» Томсона и Тэта, в котором последние без доказательств излагали ре-

зультаты своих пятнадцатилетних исследований по этому вопросу. А. М. Ляпунов предложил для основного принципа Томсона и Тэта своё доказательство, при помощи которого он разрешал вопросы об устойчивости жидкого шара, эллипсоидов вращения Маклорена и трёхосных эллипсоидов Якоби.

Осенью 1885 г. после защиты диссертации А. М. Ляпунов перешёл приват-доцентом в Харьковский университет на вакантную кафедру механики. До 1890 г. он один читал все лекции по механике, сам вёл практические занятия со студентами и составлял записи лекций. Всё это отнимало у него много времени. За это же время А. М. Ляпунов опубликовал в «Сообщениях Харьковского математического общества» несколько статей. В одной из них он впервые (1887 г.) установил, что если существует тело с наименьшей потенциальной энергией тяготения, то такое тело есть шар. Статьи «О постоянных винтовых движениях твёрдого тела в жидкости» и «Об устойчивости движения в одном частном случае задачи о трёх телах» особенно интересны своим методом. Довольствуясь скромным заработком приват-доцента, отказавшись от переработки последних статей в докторскую диссертацию, А. М. Ляпунов в то же время энергично работал над вопросами общей теории устойчивости движения. Только в 1892 г., после самой тщательной обработки, выпустил он в печать свой труд «Общая задача об устойчивости движения», доставивший ему мировую славу.

Задачу об устойчивости поставил впервые Лагранж. Последующие исследователи, как-то: Кельвин, Рауз и Н. Е. Жуковский, решали задачу устойчивости примитивно, в первом приближении. Первое приближение, вообще говоря, вопроса не решает: движение, устойчивое в первом приближении, может быть в действительности неустойчивым. Для решения задач устойчивости А. М. Ляпунов предложил оригинальный, весьма важный метод. Содержание своего метода А. М. Ляпунов раскрыл в своих общих теоремах об устойчивости и неустойчивости. Пользуясь этим методом, он строго выяснил, когда вопрос об устойчивости разрешается первым приближением и когда нет.

Работа А. М. Ляпунова была написана на русском языке. Общее внимание к ней было привлечено в 1897 г., когда А. М. Ляпунов опубликовал в «*Journal des mathématiques*» ту важную теорему механики о неустойчивости равновесия (когда потенциальная функция сил, действующих на систему, не есть максимум и когда это обнаруживается её квадратичной формой в разложении вблизи положения равновесия), которую до этого не удалось никому доказать.

Работу «Общая задача об устойчивости движения» А. М. Ляпунов защитил в качестве докторской диссертации (1892 г.). До настоящего времени она является основным сочинением по теории устойчивости.

После написания докторской диссертации А. М. Ляпунов открыл носящий теперь его имя случай движения твёрдого тела в жидкости; выполнил замечательное исследование, в связи с предложением известного астронома Хилла, о представлении движения Луны; разрешил ряд тонких вопросов в

важной для математической физики задаче Дирихле; опубликовал свою теорему о пределе вероятности, в известном смысле обобщающую теоремы известных русских математиков П. Л. Чебышева и А. А. Маркова. В каждой из этих работ А. М. Ляпунов устанавливает для исследования остроумные методы, оставляющие неизгладимые следы в своих областях и плодотворно применяющиеся при разработке некоторых иных вопросов.

В 1900 г. Академия наук избрала А. М. Ляпунова в члены-корреспонденты, а через год — в ординарные академики по кафедре прикладной математики, вакантной после смерти П. Л. Чебышева. В связи с этим в 1902 г. А. М. Ляпунов, переехав в Петербург, совершенно освободился от педагогической деятельности и всецело посвятил себя научной работе, сосредоточенной преимущественно на разработке основных космогонических проблем.

Первую работу по теории фигур небесных тел А. М. Ляпунов посвятил лапласовской и лежандровой гидростатической теории фигур планет. Начиная же с 1905 г., он возвратился к исследованиям задачи, бывшей предметом его ранних научных усилий и подсказанной ему указаниями П. Л. Чебышева.

Упомянутое выше второе издание «Natural philosophy» Томсона и Гэта вызвало исследования А. Пуанкаре. Анализируя первое приближение, А. Пуанкаре открыл бесчисленное множество новых форм равновесия вращающейся однородной жидкости, отличных от эллипсоидов, т. е. как раз то, что уже содержалось в IV тезисе магистерской диссертации А. М. Ляпунова. Работа А. Пуанкаре произвела огромное впечатление на научный мир. Через год после её появления он был избран членом Парижской академии наук, а через четыре года (1890 г.) Лондонское королевское астрономическое общество присудило ему золотую медаль. При вручении медали президент общества, известный астроном Дж. Дарвин, сын знаменитого естествоиспытателя Чарльза Дарвина, называя труд А. Пуанкаре как бы «откровением», сказал, что мемуар А. Пуанкаре навсегда отметит важную эпоху в эволюционной астрономии. Под влиянием работы Пуанкаре Дарвин высказал космогоническую гипотезу об образовании двойных звёзд, согласно которой при охлаждении однородная вращающаяся жидкая звезда, сжимаясь, будет увеличивать скорость своего вращения; при увеличении же угловой скорости вращения, с одновременным увеличением плотности, жидкая звезда будет последовательно изменять свою форму, проходя сначала устойчивые эллипсоидальные формы вращения Маклорена, затем формы устойчивых трёхосных эллипсоидов Якоби, и, наконец, ответвляться в форму грушевидных фигур А. Пуанкаре; при дальнейшем охлаждении грушевидная форма разрывается на две звезды.

Необходимый для дарвинской космогонической гипотезы вопрос об устойчивости грушевидных фигур изучался как А. Пуанкаре, так и Дж. Дарвином; причём для определения знака величины, найденной А. Пуанкаре и решающей задачу устойчивости, Дж. Дарвин применил без надлежащей осторожности приближённое вычисление и получил неверный результат, будто

грушевидные фигуры устойчивы.

А. М. Ляпунов, остроумно обойдя все затруднения, полностью разрешил задачу и установил неустойчивость грушевидных фигур. Эти результаты Александр Михайлович опубликовал впервые в 1905 г., после чего между ним и Дж. Дарвином возникла полемика, длившаяся несколько лет. В 1908 г. Дж. Дарвин опубликовал свои новые вычисления с прежним результатом. А. Пуанкаре в лекциях 1910 г. «*Leçons sur les hypothèses cosmologiques*» ограничился небольшим замечанием: «Грушевидная фигура, быть может, устойчива, но нет уверенности, что это действительно так; Дж. Дарвин считал эту фигуру устойчивой, но по Ляпунову она неустойчива. Чтобы решить вопрос, нужно было бы снова повторить все вычисления, но они представляют значительные трудности». Тогда А. М. Ляпунов, чтобы окончательно убедить учёных в своей правоте, предпринимает серию замечательных мемуаров «*Sur les figures d'équilibre peu différentes des ellipsoïdes d'une masse liquide homogène doué d'un mouvement de rotation*» (годы 1906, 1909, 1912, 1914; всего 784 страницы текста), в которых излагает свои гигантские вычисления столь подробно, что внимательный читатель может проследить их шаг за шагом. Но окончание мемуара уже не застаёт в живых ни А. Пуанкаре, ни Дж. Дарвина.

Десятилетним гигантским трудом А. М. Ляпунов освободил человеческое сознание от ложной космогонической гипотезы Дж. Дарвина об образовании двойных звёзд. Учёный мир признал эту огромную заслугу.

Обе диссертации А. М. Ляпунова были переведены на французский язык; он был избран почётным членом Петербургского, Харьковского и Казанского университетов, иностранным членом Академии наук dei Lincei в Риме, членом-корреспондентом Парижской академии наук, иностранным членом математического кружка в Палермо, почётным членом Харьковского математического общества, неперменным членом Общества любителей естествознания в Москве и многих других.

Александр Михайлович Ляпунов никогда не прекращал своей научной работы. В годы первой мировой войны им были напечатаны исследования по различным вопросам фигур равновесия. Последнее замечательное сочинение, посвящённое фигурам равновесия неоднородной вращающейся жидкости, было оставлено в готовом для печати виде и опубликовано Академией наук уже после его смерти.

Летом 1917 года Александр Михайлович выехал в Одессу вместе с больной женой Натальей Рафаиловной в надежде, что южный климат улучшит её пошатнувшееся от туберкулёза здоровье. С Натальей Рафаиловной, урождённой Сеченовой, он был связан узами дружбы почти с детства. Но надежды на выздоровление не оправдались. Жена, ближайший любимый друг, медленно угасала на его глазах. В то время в Одессе хозяйничали немецкие оккупанты. Отрезанный от Академии наук и поставленный в затруднительное материальное положение, потерявший всякую надежду на спасение жены, лишённый, вследствие всех этих обстоятельств, возможности продолжать свою научную работу, Александр Михайлович находился в

крайне мрачном настроении. В день смерти Наталии Рафаиловны он выстрелил в себя и скончался 3 ноября 1918 г., оставив просьбу быть похороненным вместе с женой.

Так оборвалась жизнь первоклассного русского учёного, заслуги которого признаны всем учёным миром и чьи поистине грандиозные труды служат и будут служить неиссякаемым источником для творчества новых поколений математиков.



**Главнейшие труды А. М. Ляпунова:** *Общая задача об устойчивости движения (диссертация и статьи)*, 2 изд., Л.—М., 1935 (приложен некролог, написанный акад. В. А. Стекловым);

**О А. М. Ляпунове:** Некрологи, написанные акад. В. А. Стекловым и А. Н. Крыловым и помещённые в «Известиях Российской академии науки, серия VI, Пг., 1919, № 8—11; Ляпунов Б. М., *Краткий очерк жизни и деятельности А. М. Ляпунова*, «Известия Академии наук СССР», отд. физ.-мат. наук, серия VII, Л., 1930, № 1.

---

**Источник:** Люди русской науки: Очерки о выдающихся деятелях естествознания и техники / Под ред. С.И. Вавилова. — М., Л.: Гос. изд-во техн.-теоретической лит-ры. — 1948.